

**2й етап всеукраїнської олімпіади з фізики 2025-2026 н.р. 11 клас.**

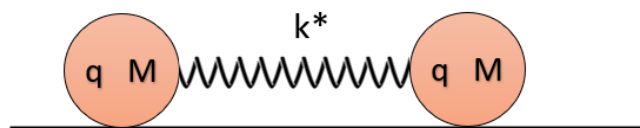
**Теоретичний тур.**

**Умови, розв'язки, критерії оцінювання.**

**1. «Коливальна система» (10 балів).** На

дуже довгій гладенькій горизонтальній поверхні у вакуумі розташована в рівновазі система з двох маленьких заряджених позитивними зарядами

$q = 10$  мкКл кульок масою  $M = 0,25$  кг кожна. Кульки з'єднані непровідною легкою пружиною жорсткості  $k^* = 1000$  Н/м. Довжина пружини в цьому положенні  $L_0 = 10$  см. Розмірами кульок знехтувати.



А) (3 бали) Знайти деформацію пружини  $\Delta L_0$  в цьому положенні. Стала з закону Кулона  $k = 9 \cdot 10^9$  Н·м<sup>2</sup>/Кл<sup>2</sup>.

Б) (7 балів) Одному з тіл миттєво надають швидкість у напрямку іншого, після чого вони рухаються вздовж прямої, здійснюючи коливання. Знайти, яку швидкість надали тілу, якщо під час руху системи мінімальна відстань між кульками стає вдвічі меншою, ніж початкова.

**Розв'язання.**

А) (3 бали) Запишемо рівняння рівноваги для однієї з кульок під дією сили пружності та сили кулонівської взаємодії:

$$k^* \Delta L_0 = \frac{kq^2}{L_0^2};$$

$$\Delta L_0 = \frac{kq^2}{k^* L_0^2} = 9 \text{ см.}$$

Б) (7 балів). Рух системи складається з поступального руху центра мас и гармонічних коливань системи навколо центра мас.

Зрозуміло, що відстань між тілами буде коливатися між мінімальним і максимальним значеннями (амплітудами коливань). В моменти досягнення цих значень тіла зупиняються одне відносно іншого, тобто відносно поверхні їх швидкості однакові (позначимо їх як  $u$ )

Цю швидкість нескладно знайти з закону збереження імпульсу:

$$MV + 0 = 2Mu,$$

$$u = V/2.$$

Далі, враховуючи, що швидкості в момент найбільшого зближення рівні, а відстань вдвічі менша за початкову, тобто деформація дорівнює  $\Delta L = L_0/2 - l = 4$  см ( $l = L_0 - \Delta L_0 = 1$  см – довжина недеформованої пружини), застосуємо закон збереження енергії й отримаємо вираз для швидкості:

$$\frac{k^* \Delta L_0^2}{2} + \frac{MV^2}{2} + \frac{kq^2}{L_0} = 2 \frac{Mu^2}{2} + \frac{k^* \Delta L^2}{2} + 2 \frac{kq^2}{L_0}$$

$$\frac{MV^2}{4} = \frac{kq^2}{L_0} + \frac{k^* (\Delta L^2 - \Delta L_0^2)}{2}$$

$$V = 2 \sqrt{\frac{1}{M} \left( \frac{kq^2}{L_0} + \frac{k^* (\Delta L^2 - \Delta L_0^2)}{2} \right)} = 9,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Задачу можна було розв'язати у системі відліку центру мас. Оскільки кульки однакові, після надання початкової швидкості  $V$  одній з кульок система центру мас рухатиметься зі швидкістю  $V/2$ , а відносно

неї обидві кульки назустріч одна одній з такою ж за величиною початковою швидкістю  $V/2$ . У момент найбільшого зближення вони зупиняються. З закону збереження енергії

$$\frac{k^* \Delta L_0^2}{2} + 2 \frac{m \left(\frac{V}{2}\right)^2}{2} + \frac{kq^2}{L_0} = \frac{k^* \Delta L^2}{2} + 2 \frac{kq^2}{L_0},$$

звідки отримуємо ту ж саму початкову швидкість 9,6 м/с.

Також задачу можна було розв'язати через рівняння руху, проінтегрувавши другий закон Ньютона.

Зміст	Бали
<i>А. Зроблений малюнок з силами і записана умова рівноваги</i>	<i>1</i>
<i>Записані закони Гука і Кулона</i>	<i>1</i>
<i>Отримана правильна відповідь</i>	<i>1</i>
<i>Сума за п. А. (при грамотному розв'язанні ставиться максимальний бал навіть за відсутності рисунку з силами)</i>	<b>3 бали</b>
<i>Б. Правильний запис енергії системи в початковому положенні і в момент найбільшого зближення</i>	<i>2</i>
<i>Розуміння і обґрунтування співвідношення між швидкостями тіл в момент найбільшого зближення</i>	<i>2</i>
<i>Знаходження швидкості в цей момент з закону збереження імпульсу (або використання системи центру мас, чи рівняння руху з гармонічними коливаннями)</i>	<i>1</i>
<i>Отримання відповіді в загальному вигляді</i>	<i>1</i>
<i>Правильний підрахунок</i>	<i>1</i>
Сума за пункт Б	<b>7 балів</b>
Сума за задачу	<b>10 балів</b>

**2. «Нестандартний термометр» (10 балів).** Повітря у герметичній скляній тонкій трубці АБ довжиною  $l = 1$  м перекрито стовпчиком ртуті. Коли трубка розташована кінцем А вгору (Рис.1), стовпчики повітря мають однакову висоту  $h_A = h_B = 40$  см. Густина ртуті  $\rho = 13,5$  г/см<sup>3</sup>, прискорення вільного падіння 9,8 м/с<sup>2</sup>.

А) (2 бали) **Визначте, на скільки тиск у нижньому стовпчику повітря більший, ніж у верхньому.**

Б) (4 бали) Відносно горизонтальної осі О, що проходить через центр трубки, ту повільно повертають на 180°, і тепер стовпчик повітря у частині А зменшується до  $h'_A = 30$  см (Рис.2). **Знайдіть тиски повітря  $P'_A, P'_B$  в обох частинах трубки.**

В) (4 бали) Описані вище вимірювання проводили вдень у побутовому приміщенні з температурою 27°C. Опалення вимкнули, і наступного дня стовпчик ртуті (Рис.2) опустився на 0,5 см. **Визначте, якою стала температура у приміщенні.**

**Розв'язання.** Довжина стовпчика ртуті  $h = l - (h_A + h_B) = 20$  см.

А) (2 бали) Тиск у нижньому стовпчику  $P_B$  більший за тиск у верхньому  $P_A$  на гідростатичний тиск стовпчика ртуті  $P_B - P_A = \rho gh = 26,46$  кПа.

Б) (2 бали) Процес вважаємо ізотермічним, тому

$$\begin{cases} P_A Sh_A = P'_A Sh'_A, \\ P_B Sh_B = P'_B Sh'_B, \\ P_B - P_A = \rho gh, \\ P'_A - P'_B = \rho gh. \end{cases}$$

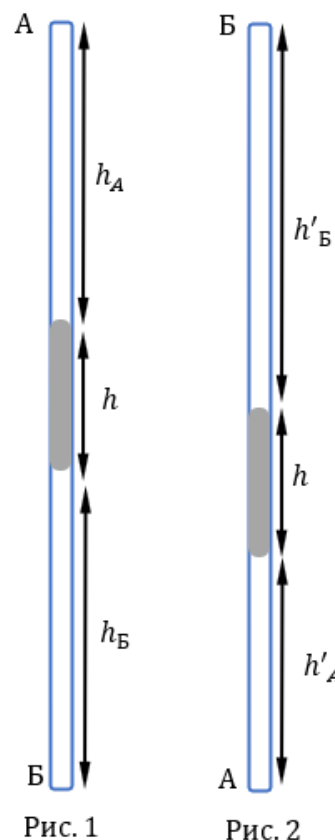


Рис. 1

Рис. 2

Розв'язуючи систему, знаходимо:

$$P'_A = \rho gh \frac{\frac{h'_B}{h_B} + 1}{\frac{h'_B}{h_B} - \frac{h'_A}{h_A}} = 4,5\rho gh = 119,07 \text{ кПа},$$

$$P'_B = P'_A - \rho gh = 3,5\rho gh = 92,61 \text{ кПа}.$$

В) (4 бали) Якщо стовпчик ртуті опустився на  $\Delta h = 0,5$  см, то  $h''_A = h'_A - \Delta h = 29,5$  см,  $h''_B = 50,5$  см. Запишемо об'єднаний газовий закон для обох частин повітря в системі з рівнянням рівноваги стовпчика ртуті:

$$\begin{cases} \frac{P'_A S h'_A}{T_0} = \frac{P''_A S h''_A}{T}, \\ \frac{P'_B S h'_B}{T_0} = \frac{P''_B S h''_B}{T}, \\ P''_A - P''_B = \rho gh. \end{cases}$$

Звідси

$$T = T_0 \frac{\rho gh}{P'_A \frac{h'_A}{h''_A} - P'_B \frac{h'_B}{h''_B}} = \frac{T_0}{4,5 \frac{h'_A}{h''_A} - 3,5 \frac{h'_B}{h''_B}} = 270 \text{ К}.$$

Отже, температура у приміщенні опустилася до  $-3^\circ\text{C}$ .

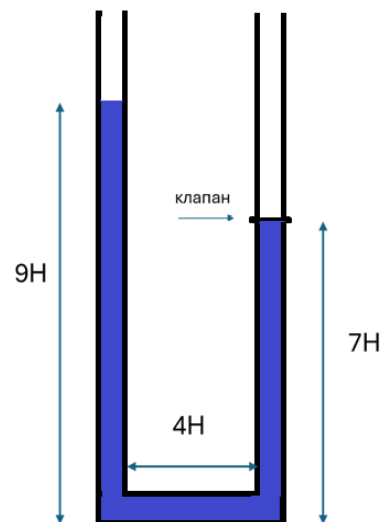
<b>А</b>	Ідея: Або різниця сил тиску дорівнює $mg$ і подальше скорочення площі перерізу, або гідростатичний тиск	1 бал
	Чисельне значення $P_B - P_A = \rho gh = 26,46$ кПа.	1 бал
	Сума за пункт А	<b>2 бали</b>
<b>Б</b>	Вірно записане рівняння стану ідеального газу або Бойля-Маріотта	1 бал
	Система рівнянь і правильні значення 119,07 кПа і 92,61 кПа (з будь-яким розумним округленням)	3 бали
	Сума за пункт Б	<b>4 бали</b>
<b>В</b>	Правильна система рівнянь	3 бали
	Правильна числова відповідь $-3^\circ\text{C}$ .	1 бал
	Сума за пункт В	<b>4 бали</b>
	<b>Сума за всю задачу</b>	<b>10 балів</b>

**3. «Розминка з рідиною» (10 балів).** Сполучені посудини, що складаються з двох **вузьких** трубок, заповнені нев'язкою рідиною. В початковий момент за допомогою клапану рідину утримують так як показано на малюнку. Клапан відкривають і система приходить у рух. Нехтуючи капілярними ефектами, силами тертя та опору, і вважаючи рідину такою, що має в будь-якій точці в кожен момент часу однакову швидкість, знайдіть:

А) (2 бали) Якою буде **швидкість рідини** в той момент, коли рівні води в обох трубках будуть співпадати?

Б) (4 бали) Через **який час** після відкриття клапану такий момент настане вперше?

В) (4 бали) Відомо, що якщо рухати цю систему з відкритим клапаном з деяким горизонтальним прискоренням в площині рисунку, в трубках встановиться така ж сама різниця рівнів рідини, як і на рисунку. Знайдіть це **прискорення**. Уважайте при розрахунках  $H=1\text{ см}$ ,  $g=10 \text{ м/с}^2$ .



### Розв'язання.

А) (2 бали) Рух води відбувається під дією змінної зовнішньої сили тяжіння, тому формули рівноприскореного руху застосовувати не варто. Застосуємо закон збереження механічної енергії. Найпростішим варіантом його запису буде  $\frac{M}{20}gH = M\frac{V^2}{2}$  (потенціальна енергія стовпчика води висотою  $H$  при його уявному переміщенні на таку ж висоту  $H$  перейшла в кінетичну енергію всієї води).

$$\text{Отримуємо } V = \sqrt{\frac{gH}{10}} = 0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Б) (4 бали) Якщо знехтувати усіма втратами енергії під час руху води, то в системі виникнуть так звані квазіпружні коливання, тобто уся вода довжиною  $L = 20H$  буде приводиться в рух силою тяжіння, що діє на стовпчик води висотою  $2 * x$ , що дорівнює різниці рівнів води в обох посудинах. Легко отримати вираз для цієї сили, що повертає систему в положення рівноваги:

$F = 2\rho Sg * x$ , де  $x$  – висота рівня води в посудині над положенням рівноваги,  $S$  – площа поперечного перерізу посудин. Як бачимо, вираз для цієї сили нагадує закон Гука, тобто рух води – наче коливання

води на пружині жорсткості  $k = 2\rho Sg$  з періодом  $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$ , де  $M = \rho SL$  – маса всієї води. До цього висновку можна було б прийти різними способами: Написав повну енергію і взяв від неї похідну, або записав другий закон Ньютона для води, і отримав рівняння коливань:  $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ . (За реалізацію цих методів: 2 бали за ідею і правильне написання законів і 1 бал за правильно отриману формулу періоду). Тоді цілком зрозуміло, що шуканий час буде дорівнювати чверті періоду коливань (за цю ідею 1 бал):

$$t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4} \sqrt{\frac{20\rho SH}{2\rho Sg}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{10H}{g}} = 5 * 10^{-2} \pi \text{ с} \approx 0,157 \text{ с}.$$

В) (4 бали) Одним з методів знаходження цього прискорення - це запис другого закону Ньютона для горизонтальної ділянки води масою  $\Delta m$  і довжиною  $4H$ , яка набуває горизонтального прискорення  $a$  під дією різниці тисків  $\Delta p$  у вертикальних ділянках (в передній по руху трубці рівень буде нижчим ніж у задній на  $2H$ ).

Таким чином:  $\rho g S 2H = \rho S 4H a$ ,

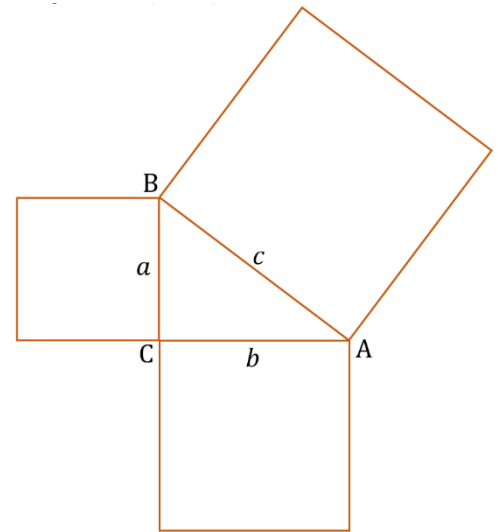
звідки  $a = g/2$ .

Також можна розглянути нахил поверхні води, яка рухається з горизонтальним прискоренням, а трубка просто виділяє частину цієї води. Тоді  $\tan \alpha = a/g = 2H/4H$ , звідки  $a = g/2$ .

Зміст	Бали
<b>А. Правильний запис енергії в двох положеннях</b>	<b>1</b>
<b>Отримання правильної відповіді</b>	<b>1</b>
Сума за пункт А	<b>2 бали</b>
<b>Б. Розуміння того, що рух рідини не рівноприскорений і не рівномірний</b>	<b>1</b>
<b>Доведення другим законом Ньютона, законом збереження енергії або будь-яким іншим способом того факту, що рух рідини – це гармонічні коливання й отримання формули періоду таких коливань</b>	<b>2</b>
<b>Розуміння, що шуканий час – це чверть періоду і правильний його обрахунок</b>	<b>1</b>
Сума за пункт Б	<b>4 бали</b>
<b>В. Обґрунтування наявності різниці рівнів рідини під час рівноприскореного руху і правильний рисунок з вказанням прискоренням</b>	<b>1</b>
<b>Знаходження за допомогою законів Ньютона та гідростатики (або з переходом в неінерціальну систему відліку...) виразу для зв'язку між прискоренням та різницею рівнів</b>	<b>2</b>
<b>Правильний розрахунок</b>	<b>1</b>

Сума за пункт В	4 балів
Сума за задачу	10 балів

**4. «Електромагнітний Піфагор» (10 балів).** З мідного дроту довжиною 48 дм і опором 48 мОм зробили дротяну ілюстрацію теореми Піфагора – три квадрати з відношенням сторін 3:4:5 спаяли у вершинах так, що утворився трикутник зі сторонами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  (див. Рис.).



А) (3 бали) Між якими двома вершинами трикутника омметр покаже **найменший опір** і чому той дорівнюватиме?

Б) (1 бал) Дротяну конструкцію поклали на стіл, перпендикулярно поверхні якого почали збільшувати магнітне поле. На рисунку зображений вигляд конструкції згори, поле спрямоване вниз. **Куди і чому** буде спрямований індукційний струм по зовнішнім сторонам квадратів?

В) (1 бал) Уважаючи, що катети  $a$  і  $b$  трикутника перерізани, **зобразіть еквівалентну електричну схему.**

Г) (5 балів) **Вздовж якого дроту**, що з'єднує точки А і В, буде йти у такому контурі (див. п. В) найбільший індукційний струм? **Чому він дорівнюватиме**, якщо швидкість збільшення магнітної індукції 99 мТл/с?

**Розв'язання.**

А) (3 бали) Позначимо сторони квадрату як  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Тоді загальна довжина

$4(a + b + c) = l = 4,8$  м. Враховуючи  $a : b : c = 3 : 4 : 5$ , знаходимо

$a = 3x$ ,  $b = 4x$ ,  $c = 5x$ , де  $x = 1$  дм.

Аналогічно для зручності виразимо опір ділянки дроту довжиною 1 дм через  $r = 1$  мОм (опір пропорційний довжині дроту).

Тоді опори сторін трикутника  $r_a = 3r$ ,  $r_b = 4r$ ,  $r_c = 5r$ .

Опір між точками А і В знаходимо як паралельне з'єднання великого квадрату опором  $R_c = \frac{3}{4} r_c$  з послідовно з'єднаними двома меншими загальним опором  $R_a + R_b = \frac{3}{4} (r_a + r_b)$ . Отже

$$R_{AB} = \frac{3 (r_a + r_b) r_c}{4 r_a + r_b + r_c}.$$

Замінюючи букви, відразу знаходимо

$$R_{BC} = \frac{3 (r_b + r_c) r_a}{4 r_a + r_b + r_c}, \quad R_{CA} = \frac{3 (r_c + r_a) r_b}{4 r_a + r_b + r_c},$$

або  $R_{AB} = \frac{35}{16} r$ ,  $R_{BC} = \frac{27}{16} r$ ,  $R_{CA} = 2r$ .

Отже, найменший опір

$R_{BC} = \frac{27}{16} r = 1,6875$  мОм  $\approx 1,7$  мОм.

Б) (1 бал) Під час збільшення магнітного поля у замкнених контурах виникає ЕРС індукції. За правилом Ленца магнітне поле індукційного струму заважає зміні і тому спрямоване на нас. За

правилом правої руки струм по зовнішнім частинам квадратів має йти проти годинникової стрілки. Слід додати, що це не залежить від того, який контур подумки обираємо.

В) (1 бал) Схема наведена на рисунку.

Г) (5 балів) Внаслідок перерізання дротів індукційний струм через катети квадрату не буде йти. Позначимо струми як вказано на рисунку. Діюча схема складається з двох контурів зі спільною гіпотенузою трикутника  $c$ : великого квадрату, площею  $c^2 = 25x^2$  і фігури з площею двох малих квадратів і трикутника,  $a^2 + b^2 + \frac{1}{2}ab = 31x^2$ . Найбільший струм точно не буде йти через гіпотенузу трикутника  $c$ , оскільки ЕРС в обох контурах діють проти годинникової стрілки і викликають в цьому дроті протилежно спрямовані струми, які частково компенсуються. Отже, найбільший струм буде або вздовж зовнішніх сторін великого квадрату  $I_c$ , або вздовж зовнішніх сторін менших  $I_a = I_b$ . Знайдемо кількісні значення струмів.

ЕРС індукції, як швидкість зміни магнітного потоку, буде пропорційною до площі контуру. Так у квадраті зі стороною  $c$  значення ЕРС

$$\mathcal{E}_1 = \frac{\Delta B}{\Delta t} c^2 = 25 \frac{\Delta B}{\Delta t} x^2 = 25\mathcal{E},$$

де для зручності запису введено позначення  $\mathcal{E} = \frac{\Delta B}{\Delta t} x^2 = 0,99 \text{ мВ}$ .

Тоді у другому контурі  $\mathcal{E}_2 = 31 \frac{\Delta B}{\Delta t} x^2 = 31\mathcal{E}$ , і, враховуючи, що  $I_a = I_b$ , отримуємо систему:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 = 25\mathcal{E} = I_c \cdot 3r_c + I \cdot r_c = (3I_c + I)r_c = 5(3I_c + I)r, \\ \mathcal{E}_2 = 31\mathcal{E} = I_a \cdot 3r_a + I_b \cdot 3r_b - I \cdot r_c = (21I_a - 5I)r, \\ I_c = I + I_a. \end{cases}$$

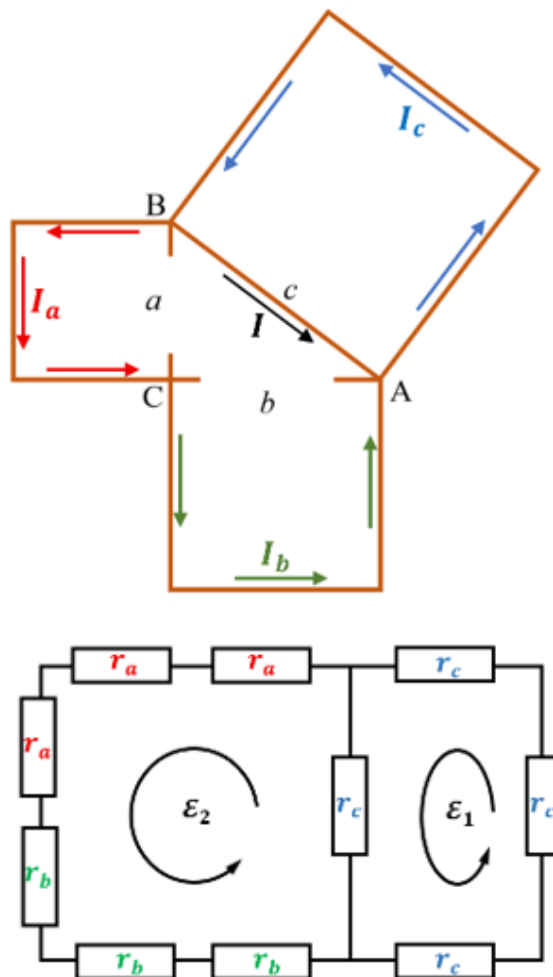
або

$$\begin{cases} 5\mathcal{E} = (3I_c + I)r, \\ 31\mathcal{E} = (21I_a - 5I)r, \\ I_c = I + I_a. \end{cases}$$

Маємо 3 рівняння і 3 невідомих струми.

$$I = \frac{4}{33} \frac{\mathcal{E}}{r} = 0,12 \text{ А}, \quad I_a = \frac{149}{99} \frac{\mathcal{E}}{r} = 1,49 \text{ А}, \quad I_c = \frac{161}{99} \frac{\mathcal{E}}{r} = 1,61 \text{ А}.$$

Найменший струм  $I = 0,12 \text{ А}$ , як і очікувалось, буде йти по гіпотенузі  $c$ . Найбільший  $I_c = 1,61 \text{ А}$  – вздовж зовнішньої частини великого квадрату.



Зміст	Бали
п.А. Опори + правильна числова відповідь	2+1=3
п.Б. Обґрунтовані напрямки струмів	1
п.В. Еквівалентна схема	1

<i>п.Г. Правдоподібні міркування відносно дроту з найбільшим струмом, наприклад порівняння <math>\mathcal{E}/R</math> (якщо вони відсутні, а розрахунки правильні, цей бал додається до загального)</i>	<i>1</i>
<i>ЕРС індукції контуру</i>	<i>1</i>
<i>Правила Кірхгофа або аналог і система рівнянь</i>	<i>2</i>
<i>Правильні розрахунки і відповідь</i>	<i>1</i>
<b><i>Усього за задачу</i></b>	<b><i>10</i></b>