

Завдання II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики (2025/2026 навчальний рік)
9 клас, теоретичний тур. Розв'язки та критерії оцінювання.

ЗАВДАННЯ 1 (10 балів).

А (3 бали). Показане на рис. 1 коло складається з трьох резисторів опором $R = 18 \text{ Ом}$. Коло приєднане до полюсів джерела постійного струму з напругою $3,6 \text{ В}$. Визначте **потужність струму** в кожному з резисторів. Опором з'єднувальних провідників можна знехтувати.

Б (5 балів). Показане на рис. 2 коло містить три однакові лампи розжарення і два однакові резистори опором $R = 18 \text{ Ом}$ кожний. До кола прикладають напругу, яку повільно збільшують від нуля до певного значення U_0 . За такої напруги потужність струму в кожній з ламп 1 і 3 становить 8 Вт , а сила струму в лампі 2 дорівнює нулю. **Визначте напругу U_0 .**

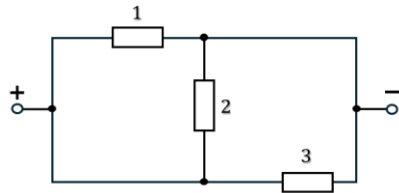


Рис. 1

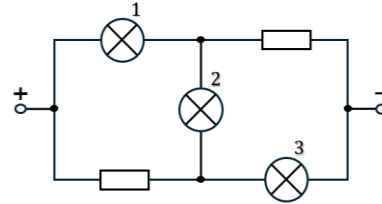
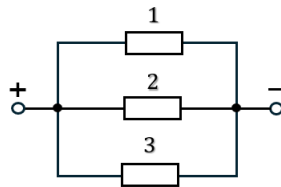


Рис. 2

В (2 бали). Лампи мають вольфрамові нитки розжарення. За температури 0°C опір лампи становить $1,5 \text{ Ом}$. **За якої температури** опір лампи збільшиться до 18 Ом ? Температурний коефіцієнт опору вольфраму $\alpha = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Розв'язок

А. Напруга між вузлом кола між резисторами 1 і 2 та негативним полюсом джерела струму дорівнює нулю, оскільки ці точки з'єднані провідником з нехтовно малим опором. Так само відсутня напруга між позитивним полюсом джерела струму та вузлом кола між резисторами 2 і 3. Отже, можна скористатися еквівалентною схемою, де всі резистори з'єднані паралельно.



Напруга на кожному з резисторів $U = 3,6 \text{ В}$, потужність струму в кожному резисторі $P_1 = \frac{U^2}{R} = 0,72 \text{ Вт}$.

Б. Із симетрії кола випливає, що напруги на лампах 1 і 3 обов'язково однакові, так само як і напруги на обох резисторах. Струм через лампу 2 зменшується до нуля, коли збігаються напруги на резисторах і лампах 1 і 3 (тільки за такої умови напруга на лампі 2 дорівнює нулю). Отже, в такому режимі роботи у ламп 1 і 3 опір $R = 18 \text{ Ом}$. Оскільки $P_{\text{лампи}} = \frac{U_{\text{лампи}}^2}{R}$, напруга на кожній лампі $U_{\text{лампи}} = \sqrt{P_{\text{лампи}} R}$. Прикладена до кола напруга $U_0 = 2\sqrt{P_{\text{лампи}} R} = 24 \text{ В}$.

В. Скористаємося формулою залежності опору металу від температури за шкалою Цельсія: $R = R_0(1 + \alpha t)$. З неї отримуємо $t = \frac{R - R_0}{\alpha R_0}$. Підставивши числові значення, дістанемо після округлення $t = 2300^\circ\text{C}$.

Критерії оцінювання

- | | |
|---|--------|
| А. Обґрунтування та отримання еквівалентної схеми з паралельним з'єднанням | 2 бали |
| Отримання потужності струму в кожному резисторі | 1 бал |
| Б. Застосування симетрії кола | 2 бали |
| Висновок про однакові опори ламп і резисторів, якщо струму в лампі 2 немає | 2 бали |
| Отримання значення напруги U_0 . | 1 бал |
| В. Застосування формули температурної залежності опору | 1 бал |
| Визначення температури нитки розжарення | 1 бал |

Примітка. В усіх випадках підстановка числових значень у формули має супроводжуватися перевіркою одиниць величин, відсутність такої перевірки знижує оцінку за задачу на $0,5$ бала.

ЗАВДАННЯ 2 (10 балів). Кімнатний кондиціонер працює в такому режимі: він пропускає через себе повітря з початковою температурою 30 °С та повертає його в кімнату з температурою 20 °С. Повітря проходить зі швидкістю 2 м/с через трубку з площею поперечного перерізу 150 см². Коли кондиціонер тимчасово вийшов із ладу, його запропонували замінити — щогодини приносити в кімнату легку посудину з льодом за температури –20 °С, щоб відбирати у речовини в кімнаті таку саму кількість теплоти. Уважайте, що вміст посудини нагрівається до температури 20 °С.

А (2 бали). Визначте **масу повітря**, що проходить через кондиціонер **протягом години**. Густина повітря 1,2 кг/м³.

Б (5 балів). Визначте **масу льоду**, що має бути в посудині.

В (3 бали). Уявіть, що замість льоду в кімнату приносять мідний кубик, теж охолоджений до –20 °С. Він нагрівається в кімнаті до 20 °С, охолоджуючи повітря. Якою мала б бути **довжина ребра** цього кубика?

Густина міді 8900 кг/м³. Питома теплоємність повітря 1 кДж/(кг·°С), льоду 2,1 кДж/(кг·°С), води 4,2 кДж/(кг·°С), міді 0,4 кДж/(кг·°С). Питома теплота плавлення льоду 330 кДж/(кг·°С).

Розв'язок

А. Протягом часу $t = 3600$ с через трубку з площею поперечного перерізу $S = 0,015$ м² проходить «стовпчик» повітря завдовжки vt об'ємом $V_{\text{пов}} = Svt$. Маса цього повітря $m_{\text{пов}} = \rho_{\text{пов}} V_{\text{пов}} = \rho_{\text{пов}} Svt = \mathbf{130 \text{ кг}}$.

Б. У цього повітря кондиціонер забирає кількість теплоти $Q = c_{\text{пов}} m_{\text{пов}} (t_0 - t)$. Тут позначено $t_0 = 30$ °С, $t = 20$ °С. Саме таку кількість теплоти має поглинути лід під час трьох послідовних процесів: нагрівання до температури плавлення $t_{\text{пл}} = 0$ °С, плавлення за незмінної температури та потім нагрівання утвореної води від $t_{\text{пл}}$ до t . Напишемо відповідну формулу: $Q = c_{\text{л}} m_{\text{л}} (t_{\text{пл}} - t_{\text{л}}) + \lambda m_{\text{л}} + c_{\text{в}} m_{\text{л}} (t - t_{\text{пл}})$. Тут $\lambda = 330$ кДж/(кг·°С).

З двох написаних формул для кількості теплоти отримуємо формулу для маси льоду:

$$m_{\text{л}} = \frac{c_{\text{пов}} m_{\text{пов}} (t_0 - t)}{c_{\text{л}} (t_{\text{пл}} - t_{\text{л}}) + \lambda + c_{\text{в}} (t - t_{\text{пл}})} = \mathbf{2,8 \text{ кг}}$$

Як бачимо, це приблизно відповідає кількості льоду в трилітровій посудині.

В. Мідний куб (позначимо довжину його ребра l) під час нагрівання від $t_{\text{л}}$ до t має поглинути таку саму кількість теплоти Q , як написано вище. Це дозволяє написати рівняння $Q = c_{\text{пов}} m_{\text{пов}} (t_0 - t) = c_{\text{мід}} \rho_{\text{мід}} V_{\text{мід}} (t - t_{\text{л}})$. Звідси знаходимо:

$$V_{\text{мід}} = \frac{c_{\text{пов}} m_{\text{пов}} (t_0 - t)}{c_{\text{мід}} \rho_{\text{мід}} (t - t_{\text{л}})} V_{\text{пов}} = 9,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

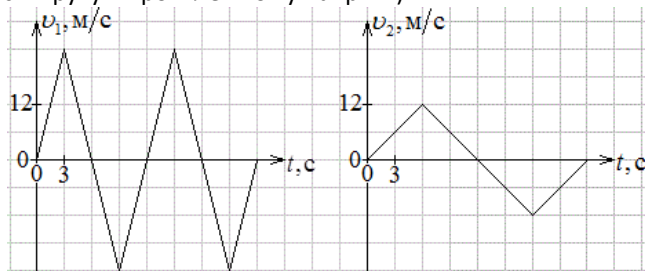
Отже, $V_{\text{мід}} = l^3 = 9,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. Звідси знаходимо $\mathbf{l = 0,21 \text{ м}}$ (ті, хто не вміє знаходити кубічний корінь, можуть легко підібрати правильне значення l за допомогою калькулятора). А от маса такого «саморобного кондиціонера» буде вже 81 кг!

Критерії оцінювання

- | | |
|---|--------|
| А. Обґрунтування формули для об'ємної витрати повітря в трубці | 1 бал |
| Отримання значення об'єму повітря, що проходить через трубку | 1 бал |
| Б. Отримання виразу для кількості теплоти Q , яку відбирає у повітря працюючий кондиціонер | 1 бал |
| Отримання виразу для Q через масу льоду | 2 бали |
| Отримання формули та числового значення необхідної маси льоду | 2 бали |
| В. Отримання формули та числового значення необхідного об'єму мідного куба | 2 бал |
| Визначення довжини ребра мідного куба | 1 бал |

Примітка. В усіх випадках підстановка числових значень у формули має супроводжуватися перевіркою одиниць величин, відсутність такої перевірки знижує оцінку за задачу на 0,5 бала.

ЗАВДАННЯ 3 (10 балів). Два тіла одночасно стартують з початку координат та рухаються вздовж Ox . Графіки залежності проекції швидкості тіл на Ox від часу задано на рисунку, всі ділянки графіків є прямолінійними (значення $v > 0$ відповідають руху в напрямі осі Ox , значення $v < 0$ — руху в протилежному напрямі).



А (3 бали). Визначте **шлях**, пройдений кожним із тіл за 24 с.

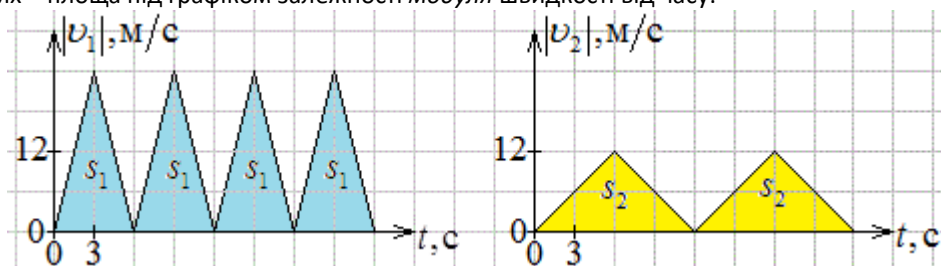
Б (3 бали). Заповніть **таблицю координат** обох тіл для наведених моментів часу.

$t, \text{с}$	0	3	6	9	12	15	18	21	24
$x_1, \text{м}$									
$x_2, \text{м}$									

В (4 бали). Визначте **максимальну відстань між тілами** під час руху та відповідний момент часу.

Розв'язок

А. Пройдений шлях – площа під графіком залежності *модуля* швидкості від часу:



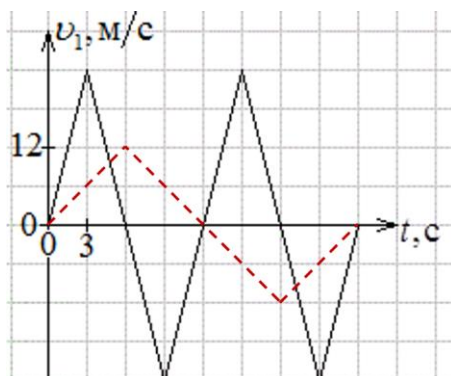
Площа кожного «синього» трикутника (на графіку руху тіла 1) і кожного «жовтого» трикутника (на графіку руху тіла 2) відповідає шляху 72 м. Враховуючи кількість таких трикутників для графіка руху кожного тіла, отримуємо пройдений кожним тілом шлях: $l_1 = 4 \cdot 72 \text{ м} = 288 \text{ м}$, $l_2 = 2 \cdot 72 \text{ м} = 144 \text{ м}$.

Б. Обидва тіла почали рух із початку координат, тобто для них $x_0 = 0$. Тому координата тіла дорівнює проекції його переміщення на вісь Ox . Для визначення координати можна теж визначати площу під графіком швидкості, але тепер уже з урахуванням *знаку* (тобто з урахуванням *напрямку* руху): для ділянок графіка, що лежать нижче від осі часу, площу треба вважати від'ємною. Для наведених значень часу дуже зручно спочатку визначити площу в одиницях «квадратиків» сітки, а потім урахувати: кожен такий «квадратик» відповідає шляху $6 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 3 \text{ с} = 18 \text{ м}$, пройденому або в напрямі осі Ox , або в протилежному напрямі. Це дозволяє досить швидко заповнити таблицю:

$t, \text{с}$	0	3	6	9	12	15	18	21	24
$x_1, \text{м}$	0	36	72	36	0	36	72	36	0
$x_2, \text{м}$	0	9	36	63	72	63	36	9	0

Заповнення таблиці можна ще прискорити, якщо помітити: для першого тіла значення координати повторюються через кожні 12 с (у момент 12 с це тіло повертається до початку координат, після чого рух повторюється).

В. Припустимо, в певний момент t_{max} відстань між тілами максимальна. Це означає що *перед* цим моментом тіла віддалялися одне від одного, а *відразу після* цього моменту почали зближатися. Значить, саме в момент t_{max} вони не віддалялися та не зближались, тобто їх відносна швидкість дорівнювала нулю. Інакше кажучи, швидкості тіл відносно вибраної нами (або будь-якої іншої) системи відліку в момент t_{max} однакові. Значить, треба розглядати тільки ті моменти, коли графіки залежностей швидкості від часу перетинаються! Наведені в умові графіки можна накреслити «разом»:



Штрихова лінія на графіку відповідає руху тіла 2. Як бачимо, є три «підозрілі» моменти часу: приблизно 5 с, 12 с і приблизно 19 с. Далі можна навіть просто порівняти записані в таблиці координати тіл, щоб порівняти відстані між ними. А можна ще й проаналізувати, коли тіла наближаються одне до одного або віддаляються. Правильну відповідь легко вибрати:

максимальна відстань 72 м досягається через 12 с після початку руху. Зрозуміло, що максимальну оцінку можна отримати й за будь-який інший обґрунтований і доведений до правильного результату розв'язок.

Критерії оцінювання

А.	Застосування графічного методу визначення шляху	2 бали
	<i>(або застосування формул переміщення для рівноприскореного руху, врахування знаків)</i>	2 бали
	Визначення числового значення шляху для кожного тіла	1 бал
Б.	Правильне заповнення всієї таблиці	3 бали
	<i>Правильне заповнення 12 клітинок таблиці</i>	2 бали
	<i>Правильне заповнення від 4 до 6 клітинок таблиці</i>	1 бал
В.	Визначення та обґрунтування правильного методу визначення максимальної відстані між тілами	2 бали
	Визначення числового значення максимальної відстані та відповідного моменту часу	2 бали

ЗАВДАННЯ 4 (10 балів).

Струми мої струми. На горизонтальному столі завдовжки 3 м на відстані $r = 3$ см паралельно один одному прикріплені два мідних дроти завдовжки по $l = 3$ м, по яких протікають протилежно напрямлені струми $I_1 = 1$ А і $I_2 = 4$ А. Сила магнітної взаємодії двох довгих паралельних провідників визначається за формулою $F = k \frac{I_1 I_2}{r} l$, де сталий коефіцієнт $k = 2 \cdot 10^{-7}$ Н / А². Маса кожного дроту $m = 8$ г, прискорення вільного падіння $g = 10$ м/с².

А (2 бали). За якого коефіцієнту тертя між дротами та поверхнею дроти не ковзатимуть внаслідок магнітної взаємодії, навіть якщо їх не утримувати?

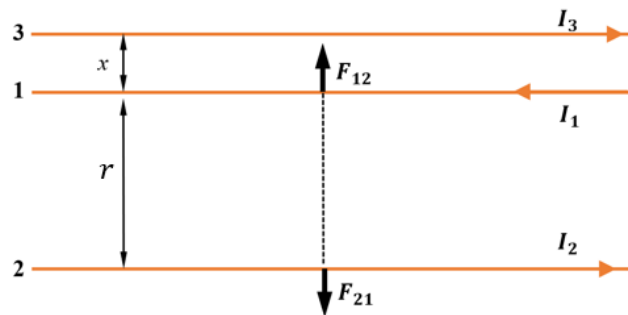
Б (3 бали). На якій відстані від дроту зі струмом I_1 слід покласти на стіл третій дрот паралельно першим двом, щоб при протіканні в ньому будь-якого струму I_3 рівнодійна сила на нього з боку перших двох дротів дорівнювала нулю?

В (5 балів). Третій дрот розміщують на столі між першим і другим дротами. На якій відстані від дроту зі струмом I_1 це слід зробити, щоб на третій дрот діяла мінімально можлива сила?

Розв'язок

А. Дроти не ковзатимуть, якщо сила їхньої магнітної взаємодії не перевищить максимального значення сили тертя спокою: $k \frac{I_1 I_2}{r} l \leq \mu m g$. Звідси отримуємо умову $\mu \geq k l \frac{I_1 I_2}{m g r}$. Перевіривши одиниці та підставивши числові значення, маємо $\mu \geq 10^{-3}$. У реальних дослідах ця умова виконується практично завжди.

Б. Відомо, що паралельні провідники зі струмом притягуються, якщо напрями струмів однакові, та відштовхуються, якщо напрями струмів протилежні. Тому сила взаємодії третього дроту з першим (\vec{F}_{31}) буде напрямлена протилежно до сили взаємодії третього дроту з другим (\vec{F}_{32}) за умови, що дроти 1 і 2 лежать по один бік від дроту 3. Очевидно, що модулі сил \vec{F}_{31} , \vec{F}_{32} будуть однаковими, якщо дрот 3 розташувати ближче до дроту 1, сила струму в якому менша (на рисунку сили \vec{F}_{31} , \vec{F}_{32} не показані, а показані тільки сили \vec{F}_{12} , \vec{F}_{21}).



З умови компенсації сил \vec{F}_{31} , \vec{F}_{32} маємо $k l \frac{I_1 I_3}{x} = k l \frac{I_2 I_3}{x+r}$, звідки $x = r \frac{I_1}{I_2 - I_1} = \frac{r}{3} = 1$ см.

В. Коли третій дрот розміщують на столі між першим і другим, сили \vec{F}_{31} , \vec{F}_{32} напрямлені в один бік. Знайдемо положення третього дроту, за якого сума цих сил буде мінімальною. Позначимо відстань від третього дроту до першого через y . Тоді на третій дрот діє сумарна сила

$$F = k l \frac{I_1 I_3}{y} + k l \frac{I_2 I_3}{r - y} = k l I_1 I_3 \left(\frac{1}{y} + \frac{4}{r - y} \right).$$

Ми врахували, що $I_2 = 4I_1$. Вираз у дужках набуває великого значення за рахунок першого доданку, коли $y \rightarrow 0$ (поблизу першого дроту) і за рахунок другого доданку, коли $y \rightarrow r$ (поблизу другого). Отже, існує таке значення y , за якого цей вираз, а з ним і сумарна сила, будуть мінімальні.

Знайти мінімум функції

$$f(y) = \frac{1}{y} + \frac{4}{r - y}$$

можна різними способами. Наприклад взяти похідну і прирівняти до нуля, або підібрати приблизне значення шляхом перебору різних y . Це можна зробити також виділенням повного квадрату:

$$f(y) = \frac{1}{y} + \frac{4}{r - y} = \frac{r + 3y}{y(r - y)}.$$

Робимо заміну $z = r + 3y$ і підставляємо $y = \frac{z - r}{3}$ у вираз $f(y)$:

$$f = \frac{z}{\frac{z - r}{3} \left(r - \frac{z - r}{3} \right)} = \frac{9z}{-z^2 + 5rz - 4r^2} = \frac{9}{5r - \left(\frac{4r^2}{z} + z \right)} = \frac{9}{r - \left(\frac{2r}{\sqrt{z}} - \sqrt{z} \right)^2}$$

Мінімальне значення функції буде за мінімального значення повного квадрату, тобто коли він дорівнюватиме нулю. Отже, $z = 2r$, а $f_{min} = \frac{9}{r}$. Оскільки $z = 2r$, знаходимо $y = \frac{r}{3} = 1$ см. З $f_{min} = \frac{9}{r}$ можемо знайти мінімальне значення сили, якщо відома сила струму I_3 .

Критерії оцінювання

А.	Застосування першої умови рівноваги, урахування сили тертя спокою	1 бал
	Визначення мінімально можливого значення коефіцієнта тертя	1 бал
Б.	Правильний опис напрямів сил магнітної взаємодії	1 бал
	Визначення ділянки стола, на якій треба розмістити третій дріт	1 бал
	Застосування умови рівноваги та визначення положення третього дроту	1 бал
В.	Отримання виразу для сумарної сили, що діє на третій дріт, як функції положення дроту	2 бали
	Аналіз отриманої функції (<i>будь-яким коректним методом</i>) і отримання шуканого положення	3 бали

Примітка. Підстановка числових значень у формули має супроводжуватися перевіркою одиниць виміру, відсутність такої перевірки знижує оцінку за задачу на 0,5 бала.